INFoD — Instituto Nacional de Formación Docente

Secretaría de Innovación y Calidad Educativa

Ministerio de Educación
Presidencia de la Nación

NIVEL SECUNDARIO CICLO ORIENTADO

COORDINADOR

ATENEO N° 1
ENCUENTRO 2
AÑO 2018

ÁREA MATEMÁTICA

Modelización con funciones periódicas.

Instituto Nacional de Formación Docente
Av. Santa Fe 1548 Piso 9° (CP1060) - CABA
Tel: 4129-1000

Versión Preliminar Julio 2018

Agenda

Momentos	Actividades
Primer momento Reflexión acerca de la implementación del "problema de la enrolladora" 60 minutos Recuperación de la experiencia de implementación en el aula de un problema en el que se modeliza una situación con características periódicas.	**Actividad 1** 30 minutos En pequeños grupos **Actividad 2** 30 minutos Entre todos
Segundo momento La institucionalización en la clase de Matemática 60 minutos Durante este momento se propone recuperar y reflexionar sobre distintas cuestiones que pudieron haber sido institucionalizada o se pueden institucionalizar a partir del trabajo con el "problema de la enrolladora".	**Actividad 1** 20 minutos Entre todos **Actividad 2** 40 minutos En pequeños grupos y entre todos
Tercer momento Cierre del encuentro 60 minutos Análisis de una serie de problemas para continuar con la enseñanza de funciones trigonométricas, focalizando en las instancias de institucionalización.	**Actividades y acuerdos para el próximo encuentro** 60 minutos En pequeños grupos y entre todos

Presentación

El presente espacio de trabajo se plantea como una oportunidad para reflexionar en torno a la experiencia de puesta en aula propuesta en el primer encuentro de este ateneo. Compartir experiencias y analizarlas junto a colegas posibilita enriquecer el repertorio de herramientas didácticas disponibles y construir una mirada crítica sobre la propia práctica. Se trata de aprender del y junto al otro.
Durante el encuentro el foco del análisis y discusión estará puesto en las sistematizaciones e institucionalizaciones que pudieron realizar los docentes sobre la base de los problemas implementados. Para finalizar, se invitará a los participantes a analizar algunos problemas que se proponen como posibles para continuar la enseñanza de *funciones trigonométricas*.

Se espera, a partir del trabajo desarrollado en este ateneo, que los docentes logren lo siguientes objetivos:

- reflexionar específicamente en torno a los procesos de institucionalización y la importancia del rol docente en ellos;
- pensar en conjunto de qué maneras se podría continuar con la enseñanza de *funciones trigonométricas*;
- utilizar los problemas propuestos como insumo para que los y las docentes produzcan material al momento de continuar el trabajo en sus aulas.

Contenidos y capacidades

Contenidos

- Modelos intramatemáticos que definen funciones periódicas. Su estudio a partir de problemas que requieren:
    - usar las nociones de dependencia y variabilidad;
    - usar nociones vinculadas con la simetría y la periodicidad;
    - producir e interpretar representaciones en diferentes marcos (geométrico, algebraico y funcional);
    - formular afirmaciones sobre relaciones generales y argumentar acerca de su validez.

- Criterios de análisis didáctico: el proceso de institucionalización en la clase de Matemática.

    - El rol docente en las instancias colectivas que tienen como meta principal la institucionalización.
    - El vínculo entre las formulaciones producidas por las y los estudiantes y las formulaciones que tienen como objetivo institucionalizar el docente.
    - Los espacios colectivos dentro del aula que tienen como meta principal la institucionalización.
    - El proceso de institucionalización como parte de la planificación.

- El rol de los problemas en la clase de Matemática.

Capacidades

Cognitivas

- Identificar problemáticas vinculadas con la enseñanza, en particular con respecto al rol docente en los procesos de institucionalización.
- Incorporar herramientas teóricas, tanto matemáticas como didácticas, para potenciar el análisis y desarrollo de las prácticas de enseñanza.

Intrapersonales

- Reflexión metacognitiva sobre el propio rol docente.
- Contar con una mirada estratégica en torno a la planificación de su propuesta de enseñanza.
- Tener una postura crítica que le permita reflexionar sobre la propia práctica.
- Asumir el propio proceso de formación profesional.

Interpersonales

- Trabajar en equipo y reflexionar sobre la práctica docente.

Propuesta de trabajo

Momentos	**Actividades**
Primer momento Reflexión acerca de la implementación del “problema de la enrolladora” 60 minutos	**Actividad 1** 30 minutos En pequeños grupos **Actividad 2** 30 minutos Entre todos

Actividad 1

En el encuentro anterior les propusimos una serie de preguntas para reflexionar en torno a la puesta en aula del "problema de la enrolladora":

Luego de realizada la clase con sus alumnos, tómese unos minutos y responda las siguientes preguntas que deberá traer escritas para compartir en el siguiente ateneo:

1. ¿Qué procedimientos produjeron sus alumnos para resolver los problemas? Haga un listado y tome fotos o fotocopie los registros (incluya tanto los procedimientos que les permitieron a los alumnos llegar a la respuesta así como los procedimientos erróneos).
2. Identifique algún momento de su clase que recuerde como más destacado, más logrado. Explique por qué.
3. Identifique un momento "complicado", que lo puso en una situación de enseñanza difícil de resolver. ¿Qué intervención le hubiera gustado realizar y no se dio cuenta o no pudo?
4. ¿Qué rescata concretamente como aprendizaje, resultado de su enseñanza, a nivel grupal/ individual? ¿A partir de qué evidencias puede afirmarlo?
5. Relacione su clase con la planificación. ¿Qué obstáculos previstos inicialmente se presentaron en la clase? ¿Cuáles no? ¿Qué tendría en cuenta en el futuro al elaborar su plan de trabajo?

En pequeños grupos, los invitamos a compartir sus respuestas y tomar nota de las resoluciones y estrategias empleadas por los estudiantes (correctas e incorrectas).

Orientaciones para el coordinador

Una vez presentada la propuesta general de este encuentro, se propone el análisis y la reflexión sobre la experiencia de puesta en aula del "problema de la enrolladora".

Para la primera actividad será necesario que el coordinador se asegure de que todos los grupos de trabajo cuenten con, al menos, un profesor que haya implementado la propuesta.

Con la intención de acompañar este momento de análisis, el coordinador puede intervenir en los pequeños grupos de docentes y proponer…

- contextualizar las producciones de los alumnos según el año escolar en el que fue implementado el problema, los contenidos trabajados en el curso anteriormente, los conocimientos previos con los que contaban los alumnos, etcétera;
- identificar las técnicas involucradas en cada resolución;
- relatar algunas interacciones e intervenciones docentes que hayan sucedido en el aula y que sustenten las resoluciones y producciones de alumnos y alumnas.

Actividad 2

De manera colectiva, les proponemos compartir las resoluciones y las estrategias de los estudiantes que han sido registradas durante la actividad 1, y analizarlas a propósito de las siguientes preguntas.

- ¿Cómo se relacionan las características de las diferentes resoluciones con el contexto en que fueron producidas (el año, los conocimientos previos, los contenidos abordados previamente)?
- ¿En qué medida creen que esta propuesta atiende a la problemática de la inclusión en la clase de Matemática? ¿Pudieron involucrarse en la resolución del problema alumnos que algunas veces no lo hacen?
- ¿Qué aprendieron los estudiantes a partir del trabajo con este problema? ¿Qué evidencias de lo sucedido en la clase podrían mostrar los aprendizajes identificados? ¿Cuáles son las producciones de los alumnos que dan cuenta de lo aprendido?

Educación Inclusiva

Recuerden que, en caso de contar con estudiantes con discapacidad y/o Dificultades Específicas en el Aprendizaje (DEA), se deben proporcionar los recursos pertinentes para que puedan participar en igualdad de condiciones con los demás, con los ajustes razonables que se requieran, considerando las distintas lenguas y formatos comunicacionales en los que pueden expresarse para promover la accesibilidad de los textos, su comprensión y producción.

Encontrarán recursos accesibles, *software* libre con sus correspondientes tutoriales y secuencias didácticas, entre otros materiales, en

http://conectareducacion.educ.ar/educacionespecial/mod/page/view.php?id=492

Orientaciones para el coordinador

Esta segunda actividad tiene como propósito que los docentes puedan compartir e identificar las diferencias entre las implementaciones y evaluar cómo estas diferencias dependen del contexto en el que fueron realizadas: el año, los conocimientos previos de los alumnos, los contenidos abordados previamente, etc. Seguramente, debido a las resoluciones de los alumnos, las intervenciones del docente y las conclusiones a las que se arribaron no hayan sido las mismas en cada clase. Realizar este intercambio resultará provechoso para los docentes como experiencia para una futura implementación de este mismo problema. A su vez, resultará fructífero como ensayo de la estrategia general de anticipar lo que puede suceder en el aula al momento de implementar cualquier problema. Será importante hacer hincapié en que este tipo de práctica, a la hora de planificar, potencia la posterior puesta en aula.

Con respecto a la problemática de la inclusión, la pregunta se plantea con el objetivo de retomar distintas cuestiones. Por un lado, sería importante identificar si la implementación del problema logró involucrar a algunos alumnos que generalmente no participan en la clase de Matemática. Es posible que esto haya sucedido debido a que, en una primera impresión, la tarea que propuesta no pareciera requerir de conocimientos matemáticos avanzados. Se trata de un modelo sencillo y relativamente fácil de comprender que puede ser encarado por la mayoría de los estudiantes. Es probable que este hecho haya posibilitado también que muchos de los alumnos de la clase lograsen resolver partes del problema y realizar producciones matemáticas, permitiéndoles "formar parte de la clase" en la resolución del problema, en las discusiones colectivas, en los intercambios entre alumnos, etc.

En este sentido, se podría decir que este problema atiende a la problemática de la inclusión porque…

- permite abordar el problema sobre la base de distintos estados de conocimiento posicionando a los alumnos como productores;
- rompe con la "rutina" del aula convocando a los alumnos desde una propuesta diferente;
- favorece el debate permitiendo introducir nuevas voces en el aula;
- fomenta el trabajo colaborativo entre alumnos, posibilitando progresos que probablemente no hubieran sido posibles de manera individual.

La tercera pregunta apunta a que los docentes retomen los registros que hayan obtenido de sus clases como evidencia que dé cuenta de lo sucedido y aprendido por sus estudiantes. El propósito es que no se hagan solamente sobre la base de impresiones personales sino que estén sustentadas con evidencia empírica.

Como cierre de este momento**,** se sugiere discutir con los docentes acerca de por qué se considera valioso compartir y analizar junto a colegas las estrategias que llevaron a la resolución del problema en cada curso. En primer lugar, y a partir de la identificación de estrategias comunes, se hacen presentes los diferentes conocimientos que se pueden desplegar a propósito de este problema. Por lo tanto, se puede explicitar qué es posible enseñar con él.
En segundo lugar, pueden aparecer dinámicas, gestiones y abordajes que tal vez no fueron pensados al momento de llevar el problema al aula. De esta manera, se enriquece la planificación y el repertorio de herramientas didácticas.
En tercer lugar, contar con un espacio para compartir experiencias de la práctica permite aprender del otro y junto al otro. A su vez, analizar las prácticas más allá de las diferentes trayectorias y contextos: "somos todos docentes del mismo ciclo, pensando el mismo problema y las mismas cuestiones". En resumen, se busca que los profesores valoren el ejercicio de autoevaluación de sus prácticas como insumo para tomar decisiones en futuras situaciones de enseñanza.

Segundo momento La institucionalización en la clase de Matemática 60 minutos	**Actividad 1** 20 minutos Entre todos **Actividad 2** 40 minutos En pequeños grupos y entre todos

Actividad 1

Para este momento, les proponemos reflexionar acerca de la **institucionalización** en la clase de Matemática. Para ello, lean la siguiente cita.

> Es preciso, pues, que alguien del exterior venga a dilucidar cuáles de entre sus actividades tienen un interés científico "objetivo", un estatuto cultural. Esta es la función de la institucionalización que, de hecho, origina una transformación completa de la situación. Se lleva a cabo mediante la elección de algunas cuestiones de entre las que se saben responder, colocándolas en el núcleo de una problemática más amplia y relacionándolas con otras cuestiones y saberes. Se trata de un trabajo cultural e histórico que difiere totalmente del que puede dejarse a cargo del alumno y es responsabilidad del profesor. No es, por tanto, el resultado de una adaptación del alumno [...] la institucionalización consiste en dar un estatuto cultural a las producciones de los alumnos: actividades, lenguajes, y conocimientos expresados en proposiciones. Constituye [...] una de las actividades principales del profesor.
>
> (Chevallard et al., 1997, p. 219)

De manera colectiva, los invitamos a analizar y discutir por qué en la cita se afirma que la institucionalización es responsabilidad del docente, considerando sus dimensiones culturales e históricas. ¿Por qué se podría agregar que la institucionalización es un proceso?

Orientaciones para el coordinador
Durante todo este momento de trabajo se propone una serie de actividades cuyo objetivo es analizar y reflexionar acerca de los procesos de institucionalización en la clase de Matemática. La actividad 1 plantea la lectura conjunta de una cita de Chevallard (1997), con la intención de poner en diálogo la noción de institucionalización que poseen los participantes con la que presenta el texto. Se podría acompañar la lectura con observaciones y ejemplos, los cuales

podrían surgir de la experiencia de implementación de los participantes. Si bien este aporte potenciaría la actividad, resulta importante no correr el foco del objetivo principal, que es reflexionar sobre la institucionalización en general. Con la intención de reflexionar específicamente sobre el rol de la institucionalización durante la implementación del "problema de la enrolladora" se propone la actividad 2.

Durante el intercambio colectivo será importante hacer hincapié en las características principales de la institucionalización que describe el texto y que se proponen en el enunciado:

- Es un proceso: porque entre otras cosas, incluye instancias de trabajo colectivo en las que el docente explicita los contenidos matemáticos, asociándolos con la actividad resuelta y con las producciones que los estudiantes generaron a partir de ella.
- Es cultural: porque tiene la intención de explicitar la matemática que se puso en juego al trabajar con un problema o una serie de problemas. Se trata de relacionar lo hecho y aprendido en el aula con los saberes matemáticos de referencia.
- Es histórica: porque está asociado a la "historia de la clase" (a lo trabajado anteriormente, a los intercambios a propósito de un problema, a lo que trabajarán a continuación, etc.).
- Es responsabilidad del docente: porque planifica y organiza, elige qué se va a recuperar y cómo se va a recuperar, etc.

Actividad 2

1. En pequeños grupos, les proponemos recuperar y compartir distintas cuestiones que hayan institucionalizado durante la implementación del "problema de la enrolladora". La tarea consiste en identificar (como menciona la cita de Chevallard) actividades, lenguajes, escrituras, conocimientos, procedimientos, proposiciones, expresiones a las cuales hayan podido darle un estatuto matemático. Para iniciar, podrían compartir cómo definieron las funciones seno y coseno a partir del trabajo con el problema.

2. Los invitamos a compartir, entre todos, las cuestiones institucionalizadas discutidas al interior de cada grupo y analícenlas a propósito de las siguientes preguntas.

    - ¿De qué manera se relacionan las cuestiones institucionalizadas con lo que produjeron los alumnos a partir del trabajo con el "problema de la enrolladora"?
    - ¿Qué quedó registrado en el pizarrón?
    - ¿Cómo se relacionan las escrituras que quedaron plasmadas en el pizarrón con las producciones de sus alumnos?
    - ¿Qué contenidos matemáticos se vinculan con lo institucionalizado? ¿Qué aspectos, que no se vinculan con los contenidos matemáticos, se podrían institucionalizar?

En caso de no haber promovido espacios para la institucionalización durante la implementación del problema, les proponemos planificar alguno y reflexionar acerca de cómo se podrían llevar adelante.

Orientaciones para el coordinador

Esta actividad tiene la intención de enmarcar el concepto de institucionalización en el caso del "problema de la enrolladora".

Durante la primera consigna se podría intervenir en los pequeños grupos de docentes y proponer…

- recuperar algún material de la clase implementada (apuntes del docente, notas de los estudiantes o foto de algún pizarrón) con los siguientes objetivos:
    - dar cuenta de los distintos modos de organización de las instancias colectivas de trabajo durante las cuales se llevó a cabo una institucionalización;
    - distinguir elementos teóricos-matemáticos asociados al problema;
    - reconocer el valor de un procedimiento que se haya convertido en un marco de referencia para la institucionalización;
    - describir formulaciones, escrituras y argumentos de los alumnos que valió la pena conservar con el objetivo de realizar una institucionalización: tablas, gráficos, maneras de organizar la información, esquemas, etcétera;
    - analizar la generalidad en formulaciones, escrituras y argumentos de los alumnos sobre las cuales se pudieron realizar institucionalizaciones.

Durante la segunda consigna se espera que el intercambio colectivo gire en torno a los siguientes puntos:

- Socializar las cuestiones institucionalizadas sobre la base del trabajo de los estudiantes en el aula al resolver el "problema de la enrolladora".
  Algunos contenidos que los profesores pueden recuperar como relevantes:
    - la definición de las funciones coseno y seno como las funciones f y g que se estudian en el problema;
    - la vinculación entre las funciones definidas y las razones trigonométricas coseno y seno;
    - la periodicidad de una función;
    - la simetría de cada una de las funciones;
    - los conjuntos de ceros, positividad y negatividad de cada una de las funciones y cómo escribirlos;
    - la medición de ángulos en radianes;
    - la circunferencia trigonométrica.

- Discutir acerca de las características de las instancias colectivas que forman parte del procesos de institucionalización y, en particular, sobre la importancia de hacer referencia a las producciones y escrituras de los estudiantes en ellas:

> Si el discurso del docente no se apoyara en la problematización que surge a partir de las discusiones y de los intercambios, cambiaría completamente de

> sentido para los alumnos, ya que no estaría respondiendo a preguntas que han tenido la oportunidad de formularse ni se basaría en conocimientos que han tenido la posibilidad de elaborar.
>
> (Sadovsky, 2005, p. 90)

Como cierre de este momento se propone discutir con los docentes acerca de por qué consideramos valioso reflexionar en torno a los procesos de institucionalización junto a colegas.

Tercer momento Cierre del encuentro 40 minutos	**Actividades y acuerdos para el próximo encuentro** 60 minutos En pequeños grupos y entre todos

1. A continuación, les presentamos una serie de problemas y definiciones que podrían ser utilizados para continuar con la enseñanza de funciones trigonométricas en el aula, sobre la base del trabajo realizado con el "problema de la enrolladora". En base a ello, les proponemos resolver las siguientes consignas.

    a. Resolver los problemas y anticipar posibles estrategias de resolución de sus alumnos.
    b. A partir de las resoluciones anticipadas, identificar algunas que podrían utilizarse como insumo para realizar una institucionalización.
    c. Identificar momentos en y entre los problemas que serían adecuados para promover espacios de discusión colectiva que tengan como objetivo realizar institucionalizaciones.
    d. Analizar su pertinencia y adecuación a sus aulas, según cuáles hayan sido las producciones de sus alumnos, las discusiones colectivas y las distintas cuestiones que se sistematizaron e institucionalizaron.

Problema A

Sabiendo que O es el origen de coordenadas y C el punto $(1;0)$ donde se comienza a "enrollar el hilo", **llamamos α al ángulo COP**.

Decidí si es cierto que para cualquier valor de $w \in \left[0;\frac{\pi}{2}\right]$:

- $f(w) = \cos(w)$
- $f(w) = \operatorname{sen}(w)$

Problema B

Completá la siguiente tabla que muestra la medida de algunos ángulos expresados en grados sexagesimales y en radianes.

Grados	0	30		60	90				
Radianes			$\frac{\pi}{4}$			$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π

Problema C

a) Hallá todos los puntos sobre la circunferencia trigonométrica cuya primera coordenada es $\frac{1}{2}$.
b) Hallá todos los puntos sobre la circunferencia trigonométrica cuya segunda coordenada es $\frac{1}{2}$.
c) Hallá todos los puntos sobre la circunferencia trigonométrica cuya primera coordenada es igual a la segunda.
d) ¿Cuáles son las medidas de los arcos w en cada uno de los casos anteriores? ¿A qué medidas corresponden en grados?

Problema D

Decidí si las siguientes igualdades son verdaderas o falsas para todo valor de w.

a) $\sin(w) = \operatorname{sen}(-w)$
b) $\cos(w) = \cos(-w)$
c) $\operatorname{sen}(w) = \operatorname{sen}(2\pi - w)$
d) $\cos(w) = \cos(2\pi - w)$
e) $\operatorname{sen}(w) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - w\right)$
f) $(\operatorname{sen}(w))^2 + (\cos(w))^2 = 1$

Definición A

Dado un valor positivo w, se recorre la longitud w sobre una circunferencia de radio 1 centrada en el origen, en sentido antihorario, comenzando en el punto $(1;\ 0)$. Al finalizar el recorrido se obtiene un punto P sobre la circunferencia, cuyas coordenadas dependen del valor w.

Si el valor de w es negativo, se recorre el valor absoluto de w sobre la misma circunferencia y comenzando desde el mismo punto, pero en sentido horario. Al igual que en el caso anterior, se obtiene un punto P sobre la circunferencia, cuyas coordenadas dependen del valor de w.

A la circunferencia utilizada, que tiene radio 1 y está centrada en el origen, se la llama **circunferencia trigonométrica**.

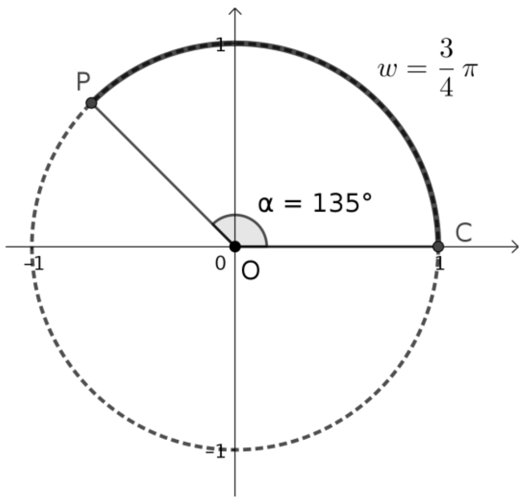
En conclusión, dado un valor $w \in \mathbb{R}$ queda determinado un único punto $P(w)$ sobre la circunferencia trigonométrica.

A partir de esta situación, se definen las funciones coseno y seno.

- $\cos: \mathbb{R} \to [-1; 1]$ tal que $cos(w)$ =la **primera** coordenada de $P(w)$
- $\text{sen}: \mathbb{R} \to [-1; 1]$ tal que $sen(w)$ =la **segunda** coordenada de $P(w)$

Definición B

La medida de un ángulo expresada en **radianes** es igual a la longitud del arco que comprende dicho ángulo en una circunferencia de radio 1, cuando su vértice es el centro de la circunferencia.



Así, por ejemplo, la medida del ángulo del gráfico puede expresarse como

135° o como $\frac{3}{4}\pi$ radianes.

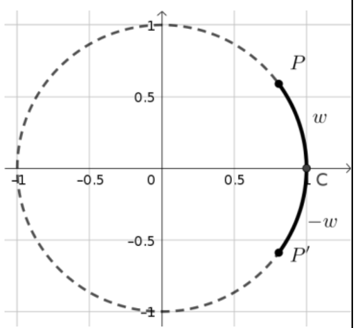
Orientaciones para el coordinador

En esta actividad se presenta una serie de problemas y definiciones que podrían ser utilizados para continuar con la enseñanza de funciones trigonométricas. No están propuestos como una secuencia, razón por la cual no están numerados sino que se los identifica con letras. Uno de los objetivos de esta actividad es ofrecerles a los docentes material de trabajo que podrían incluir en sus proyectos de enseñanza. La finalidad es que realicen un análisis didáctico que les permita evaluar la adecuación a sus aulas y, de ser necesario, realizar las adaptaciones necesarias: establecer el orden y la inclusión de los problemas y las definiciones, la reescritura de los enunciados, etc. Esta última tarea es la que se propone en la segunda actividad de este momento.

A modo de ejemplo de lo que se espera que suceda en el intercambio colectivo, a continuación se describen algunas posibles producciones de los docentes a propósito de las consignas:

En el "Problema A" es esperable que surja la estrategia de dibujar un triángulo cuyos vértices sean el origen de coordenadas, el punto $(1;0)$ y el punto P, con el objetivo de analizar si el seno interpretado como razón entre lados ($\frac{Cat.op.}{hip.}$) es igual a la segunda coordenada del punto P. Esta estrategia se podría utilizar también para analizar qué sucede si el ángulo es mayor que un recto. Sobre este trabajo se podría institucionalizar la definición del seno para valores de amplitud de ángulos mayores que *90*°. A su vez, se podría utilizar para definir la función seno con dominio real. Otra cuestión que se podría institucionalizar es la existencia de otra unidad para medir ángulos, los radianes. Al resolver este problema de esta manera los alumnos estarían poniendo en juego al mismo tiempo nociones vinculadas a ángulos y a longitudes de arco, lo que posibilitaría la definición de su correspondencia.

En el ítem d) del "Problema B" se podría validar la igualdad comparando la longitud de los arcos que quedan determinados a uno y otro lado del eje x, como muestra la figura.



Este análisis se podría utilizar para estudiar otra equivalencia: $\cos(w) = \sin(-w)$. Luego, a partir de ella se podría realizar una institucionalización definiendo *función par*.

En el "Problema C" se pide hallar las coordenadas de distintos puntos que se encuentran sobre la circunferencia trigonométrica a partir de una de sus coordenadas brindada como dato. Es probable que los alumnos hallen primero uno de esos puntos y luego todos sus simétricos. Obtendrían así todos los puntos cuyas coordenadas tienen los mismos valores absolutos. Por ejemplo, en el ítem a) les quedarían los puntos $\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; $\left(\frac{1}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; $\left(-\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ y $\left(-\frac{1}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Al finalizar el trabajo con ese problema y sobre esas resoluciones producidas, se podría sistematizar para qué valores de la variable independiente (o de ángulo) las funciones trigonométricas son positivas y negativas.

2. En la actividad anterior realizaron un análisis didáctico que les permitió evaluar la adecuación a sus aulas de los problemas y las definiciones propuestos. La tarea ahora consiste

en realizar las adaptaciones que consideren pertinentes para poder incluir este material como parte del trabajo con sus estudiantes: decidir la inclusión o no de cada problema y de las definiciones, establecer el orden de trabajo, reescribir sus enunciados, agregar otros problemas y/o definiciones, etc. El objetivo es que comiencen a realizar esta tarea durante la finalización de este encuentro y traigan sus producciones terminadas en forma de planificación de guía de problemas, con sus anotaciones, para el próximo encuentro.

Orientaciones para el coordinador

Como cierre de este momento se solicita a los participantes la producción de una secuencia de problemas pensada para continuar el trabajo matemático con sus alumnos. La propuesta contempla que esta producción se realice sobre la base de los problemas y las definiciones analizadas en la actividad anterior. Se prevé que el comienzo de esta producción se lleve a cabo durante el encuentro para asegurarse que los participantes hayan comprendido la tarea. Su finalización y entrega se solicita como insumo de trabajo para el próximo encuentro.
Para cerrar este encuentro el coordinador, se sugiere hacer una síntesis de las cuestiones centrales trabajadas. Por ejemplo, proponer un recorrido por las diferentes secciones de la "Carpeta del participante" (presentación, objetivos, metodología y estrategia utilizada, capacidades y contenidos a abordar y planteo de la actividad), realizando una lectura conjunta de los contenidos en las diferentes secciones, y retomando las conclusiones y discusiones que surgieron a lo largo del mismo.

Consigna para la realización del Trabajo Final

El Trabajo Final se realizará luego del Encuentro 3 y consta de cuatro partes.

1. La implementación de una clase, considerando la secuencia didáctica propuesta en el ateneo. En su trabajo deberán incluir, entonces, a) una copia de la clase elegida con las notas sobre las modificaciones que hayan realizado para la adaptación a su grupo de alumnos o b) la planificación de dicha clase (en el formato que consideren más conveniente) en caso de haber optado por desarrollar una clase propia.

2. El registro de evidencias de la implementación en el aula. Podrán incluir producciones individuales de los alumnos (en ese caso, incluyan tres ejemplos que den cuenta de la diversidad de producciones realizadas), producciones colectivas (por ejemplo, afiches elaborados grupalmente o por toda la clase) o un fragmento en video o un audio de la clase (de un máximo de 3 minutos).

3. Una reflexión sobre los resultados de la implementación de la clase. Deberán agregar un texto de, máximo, una carilla en el que describan sus impresiones y análisis personal, que incluya cuáles fueron los objetivos de aprendizaje que se proponían para la clase y señalen en qué medida dichos objetivos, y cuáles consideran que se cumplieron y por qué. Analicen, también, cuáles fueron las dificultades que se presentaron en la clase y a qué las atribuyen, y qué modificaciones harían si implementaran la clase en el futuro.

4. Una reflexión final sobre los aportes del ateneo didáctico para su fortalecimiento profesional, considerando tanto los aportes teóricos como las estrategias que les hayan resultado más valiosas para el enriquecimiento de su tarea docente. Se dedicará un tiempo durante el tercer encuentro para la elaboración de este texto de, máximo, una carilla.

Presentación del trabajo

- Debe ser entregado al coordinador del ateneo didáctico en la fecha que se acordará oportunamente.
- Deberá entregarse impreso en formato Word y vía mail, y podrá incluir anexos como archivos de audio, video, o fotocopias de la secuencia implementada y producciones individuales y colectivas de alumnos.

Recursos necesarios

El coordinador deberá contar con un pizarrón o pizarra, tiza o fibrón.

Materiales de referencia

- Sadovsky, P. (2005) *Enseñar matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos.* Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Chevallard, Y., M. Bosch y J. Gascón (1997). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Barcelona: ICE /Horsori.