

ATENEOS 1 ENCUENTRO N° 2 AÑO 2018

ÁREA MATEMÁTICA
Cálculo mental de sumas y restas.

*Para el trabajo con niños/as y con adolescentes
y jóvenes con discapacidad*

**EDUCACIÓN ESPECIAL - NIVEL PRIMARIO -
EDUCACIÓN INTEGRAL DE ADOLESCENTES Y
JÓVENES/SECUNDARIO ESPECIAL
COORDINADOR**

Agenda

Momentos	Actividades
Primer momento Análisis de estrategias de cálculo 60 min Intercambio sobre la actividad implementada en el aula.	Actividad 1 En pequeños grupos Grupo total 60 min
Segundo momento Análisis didáctico de un juego 80 min Elaboración de criterios para el uso de juegos como recurso didáctico	Actividad 1 En pequeños grupos Grupo total 60 min Actividad 2 En pequeños grupos 20 min
Tercer momento 40 min Planificación de la puesta en aula del juego	Actividad y acuerdos para el próximo encuentro En pequeños grupos 40 min

Presentación

Uno de los desafíos que enfrentan los maestros de los primeros grados es el de hacer avanzar las estrategias de conteo utilizadas por los chicos -muchas veces usando los dedos- hacia el desarrollo de recursos de cálculo. En el primer encuentro de este ateneo se estableció un marco compartido acerca de qué se entiende por cálculo mental y se analizaron distintas estrategias que despliegan los alumnos para resolver sumas y restas.

Este segundo encuentro se centrará en la importancia de la construcción de repertorios memorizados de sumas como condición para el desarrollo y uso de estrategias de cálculo mental. A partir de la actividad implementada, se analizarán los distintos conocimientos que ponen en juego los niños al desplegar cada procedimiento, para luego focalizar en el análisis de un juego que favorece la disponibilidad en la memoria de algunos cálculos.

Se espera que los docentes encuentren oportunidades para ampliar la mirada sobre la enseñanza del cálculo, se apropien de intervenciones que favorecen el trabajo matemático propuesto, trabajen en forma colaborativa con sus colegas y se involucren en instancias de reflexión sobre sus prácticas.

Contenidos y capacidades

Contenidos

- Cálculo mental de sumas y restas: repertorios y estrategias.
- El juego como recurso para la enseñanza.
- Criterios de análisis didáctico.

Capacidades

- **Cognitivas**
 - Identificar problemáticas vinculadas con la enseñanza a partir de la resolución de problemas matemáticos.
 - Incorporar herramientas teóricas que potencien el abordaje de propuestas de enseñanza.
 - Desarrollar el pensamiento crítico mediante el análisis de procedimientos propios y de otros para determinar su validez y elaborar argumentos que la justifiquen.
- **Intrapersonales**
 - Propiciar una postura crítica en el docente que le permita reflexionar sobre la propia práctica.
 - Conocer y comprender las propias necesidades de formación profesional.
 - Favorecer el desarrollo y consolidación de una mirada estratégica en torno a la planificación de la propuesta de enseñanza.
- **Interpersonales**
 - Fomentar el trabajo en equipo con colegas, reflexionando sobre la práctica docente.

Propuesta de trabajo

<p>Primer momento Análisis de estrategias de cálculo 60 min Intercambio sobre la actividad implementada en el aula.</p>	<p>Actividad 1 En pequeños grupos Grupo total 60 min</p>
--	---

Actividad 1

A partir de los registros de los cálculos resueltos por los alumnos que tienen a cargo, les proponemos reflexionar de manera colectiva alrededor de las siguientes cuestiones centrales:

- a. ¿Qué procedimientos produjeron sus alumnos para resolver los cálculos? Compartan con sus colegas los registros y analícenlos encontrando similitudes y diferencias.
- b. ¿Alguno/s de los procedimientos no habían sido anticipados en el análisis realizado en el encuentro anterior? ¿Cuál/es?
- c. ¿Qué evidencias de uso de cálculo mental encuentran en las producciones?

Orientaciones para el coordinador

Compartir los análisis que realizaron a propósito de las producciones de los niños resulta una oportunidad para profundizar el concepto de cálculo mental.

El punto **a.** propone centrar la mirada en la diversidad de procedimientos que pueden producir los alumnos frente a cada uno de los problemas, cuando el problema y la gestión de la clase lo habilitan. Para ello, sugerimos que en subgrupos los docentes participantes compartan los distintos procedimientos y los clasifiquen, estableciendo semejanzas y diferencias entre ellos. Es posible que en las primeras aproximaciones los agrupen en “correctos y erróneos” o “cálculo horizontal o cuenta parada”. En estos casos es conveniente propiciar la reflexión sobre qué estrategias “están detrás” de las resoluciones, es decir, si identifican por ejemplo el uso del conteo (ya sea de dedos, palitos, cuadro de números), o algún tipo de desarmado de los números.

En cuanto al punto **b.**, el objetivo es establecer vinculación entre las diferentes producciones de los niños y los procedimientos anticipados.

El punto **c.** intenta focalizar la mirada en el cálculo mental. Será interesante poner en discusión si frente a la ausencia de marcas gráficas o en cuentas verticales necesariamente se apela al cálculo mental, identificando en cada caso en qué cálculos conocidos se “apoyan” para desplegar cada estrategia de resolución. También será interesante analizar si se puede hablar de cálculo mental frente a producciones homogéneas, que dan cuenta de un procedimiento único de descomposición de números para operar. Como analizamos en el encuentro anterior, *“el cálculo mental hace referencia a un conjunto de procedimientos que se articulan sin recurrir a un algoritmo preestablecido: apela a una diversidad de técnicas que se adaptan a los números en juego y a los conocimientos (o preferencias) de cada uno”* (Novembre y Díaz, 2017: 4). Por ejemplo, sería difícil hablar de cálculo mental en un aula en la que todos los niños utilizan un diagrama de árbol para resolver todos los cálculos de sumas, descomponiendo en todos los casos los números según su valor posicional ($125 = 100 + 20 + 5$, por ejemplo).

Luego de un tiempo de trabajo en subgrupos, la idea es que el coordinador tome registro de algunos procedimientos en el pizarrón o en un afiche, para poder compararlos y analizarlos colectivamente, con el fin de establecer una categorización de estrategias y avanzar en la descripción de cada una. Por ejemplo:

ESTRATEGIA	En la suma, por ej: $47 + 28$	En la resta, por ej: $82 - 16$
CONTEO	Representar ambas colecciones con ayuda de elementos, dedos o palitos y luego contar la cantidad total.	Dibujar 82 palitos y luego tachar 16 palitos restantes, que son 66.
SOBRECONTEO	Representar una colección (por ej. 28) y luego contar los elementos o palitos empezando por el	Dibujar 16 palitos y descontar de 1 y determinar que el resultado es el

	<p>otro número (47).</p> <p>Ubicar el 47 en el cuadro de números y contar 28 casilleros para adelante.</p> <p>Apoyarse en la organización en filas y columnas del cuadro para realizar el cálculo (primero bajar dos casilleros para contar de a 10, y luego ocho a la derecha para sumar 8).</p>	<p>se nombró.</p> <p>Ubicar el 86 en el cuadro de números y contar 12 casilleros para atrás.</p> <p>Apoyarse en la organización en filas y columnas para realizar el cálculo (primero subir un casillero para descontar 10 y luego dos a la izquierda para descontar 2 más).</p>	
CÁLCULO MENTAL	<p>Descomponer los números de distintas maneras, por ejemplo:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Descomponer ambos números ...en forma aditiva, en decenas y unidades, para operar con ellos por separado (por ejemplo, utilizando una representación de “árbol”). Luego sumar ambos resultados parciales: $47 + 28 = 40 + 20 + 7 + 8$ $= 60 + 15$ $= 75$...en dieces y unidades para realizar sumas parciales contando de 10 en 10: $47 + 28 = 10 + 10 + 10 + 10 + 7 + 10 + 10 + 8$ $= 60 + 7 + 8$ $= 67 + 8$ $= 75$ ● Descomponer solo un número ...en dieces y unidades, y realizar sumas parciales: $47 + 28 = 47 + 10 + 10 + 3 + 5$ $= 57 + 10 + 3 + 5$ $= 67 + 3 + 5$ $= 70 + 5$ $= 75$ 	<p>Descomponer los números de distintas maneras, por ejemplo:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Descomponer ambos números Descomponer ambos números en “dieces y sueltos” $82 = 80 + 2$ y $16 = 10 + 6$. Luego restar $80 - 10 = 70$ e intentar restar $2 - 6$. Dado que no es posible realizar el cálculo $2 - 6$, pueden descontar solo 2 y restar los 4 que faltan al resultado de $80 - 10$ o restar directamente los 6 a 70 y agregar los 2 correspondientes a las unidades. Descomponer el primer número en $70 + 12$ y el segundo en $10 + 6$, y restar $70 - 10 = 60$ y $12 - 6 = 6$, arribando a 66 como resultado. ● Descomponer solo el número que restan Restar primero 10 para llegar 72 y luego descontar 6 o restar $82 - 10 = 72$, $72 - 2 = 70$, $70 - 4 = 66$. Restar primero 2 para llegar a 80, luego 10 y finalmente descontar 4. 	
CÁLCULO ALGORÍTMICO	Realizar el algoritmo convencional, también conocido como “cuenta parada”.		
<p>A continuación, es conveniente focalizar en los cálculos mentales para analizar los conocimientos matemáticos que subyacen a las distintas estrategias. Como resultado del intercambio se espera llegar a conclusiones como:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Descomponer aditivamente ambos sumandos requiere interpretar el valor posicional 			

de las cifras, y poder apoyarse en cálculos conocidos para resolver otros (por ej., para calcular $40 + 20$, apoyarse en $4 + 2$ o en $40 + 10 + 10$).

- Descomponer los números en $10 + 10 + 10$ etc. requiere identificar como un cálculo “fácil” sumar o restar 10 y poder tomar decisiones con respecto a la forma de sumar las unidades (ya sea por conteo o apoyándose en otros cálculos más sencillos).
- Disponer en la memoria ciertos cálculos memorizados amplía la diversidad de descomposiciones posibles.
 - Para realizar $7 + 8$ podrían apelar al uso de dobles ($7 + 7 + 1$, $8 + 8 - 1$) o de complementos a 10 ($7 + 3 + 5$, $8 + 2 + 5$).
 - En el caso de la resta, para realizar $15 - 7$ podrían apoyarse en el cálculo $7 + 8$, realizar restas parciales ($15 - 5 - 2$) o calcular el complemento a partir del número menor ($7 + 3 = 10$ y $10 + 5 = 15$, entonces $7 + 8 = 15$).
- Ciertas estrategias de cálculo mental que son válidas para la suma, no funcionan de la misma manera para la resta. Por ejemplo, para resolver $15-8$ es posible que los alumnos realicen el siguiente procedimiento erróneo:

$$15 - 8 = 15 - 5 + 3 = 10 + 3 = 13$$

El error consiste en sumar el 3 que resulta de la descomposición aditiva de $8 = 5 + 3$, en lugar de restarlo.

Otro error en el que incurren al desplegar distintos procedimientos de resta (incluido el algoritmo) es el de invertir los números cuando el dígito del minuendo es menor al del sustraendo. En el siguiente ejemplo, se resta $8-5$ en vez de $5-8$.

$$\begin{array}{r}
 25 \quad - \quad 18 \quad = \\
 \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\
 20 \quad 5 \quad 10 \quad 8 \\
 \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\
 10 \quad 3 \quad = 13
 \end{array}$$

Frente a la dificultad de restarle a un dígito menor otro mayor la solución errónea también suele consistir en escribir el 0 como resultado.

- La escritura del cálculo en términos del algoritmo convencional no representa necesariamente un nivel de aprendizaje más avanzado, ya que muchas veces la resolución está acompañada por el uso de dedos o dibujos, sin poner en juego el cálculo. Por esta razón, resulta interesante analizar cómo realizan la suma o la resta (si usan los dedos o marcas o cálculos memorizados, si dejan registro de los pasos intermedios, si pueden estimar o controlar los resultados).

Una señal de que se utilizan cálculos mentales es la presencia de una diversidad de procedimientos. Si la totalidad de los alumnos realiza la misma descomposición, podría afirmarse que no están tomando decisiones en función de los números involucrados en el cálculo, es decir, están aplicando un algoritmo -aunque no sea el convencional-.

<p>Segundo momento Análisis didáctico de un juego 80 min Elaboración de criterios para el uso de juegos como recurso didáctico</p>	<p>Actividad 1 En pequeños grupos Grupo total 60 min</p> <p>Actividad 2 En pequeños grupos 20 min</p>
---	---

Actividad 1

Les proponemos que en grupos de tres o cuatro integrantes jueguen algunas partidas a la Escoba del 15 para conocer o recordar la dinámica del juego. Luego analíenlo didácticamente a partir de las preguntas propuestas en la ficha.

Escoba del 15

Dinámica del juego

Dado un mazo de cartas españolas, se reparten tres cartas por mano a cada jugador y se colocan cuatro boca arriba a la vista de todos. Por turnos cada jugador intentará reunir la mayor cantidad de cartas de la mesa con una de las que tiene en su mano a fin de sumar 15. Esas cartas pasan a constituir su pozo individual, y gana quien tiene más cartas al acabarse el mazo. Si no pueden levantar, deberán deshacerse de una carta, que colocarán boca arriba sobre la mesa junto a las demás.

¿Cuál es su finalidad didáctica?

¿Qué estrategias se pueden utilizar para jugar?

¿Cómo variar la complejidad del juego?

Actividad 2

Para ampliar sus análisis, los invitamos a leer el apartado “El uso del juego en el aula”, pág. 5 a 7 del documento [Juegos de Matemática EGB1. El juego como recurso para aprender](#) (MCEyT, 2004), en clave a esta pregunta:

¿Qué cuestiones tendrían en cuenta al planificar el uso de un juego en el aula?

Educación inclusiva

Para que las propuestas sean accesibles, se deben proporcionar los apoyos que requieran estudiantes con discapacidad o con dificultades específicas del aprendizaje (DEA). En ese sentido, se encuentran disponibles materiales con programas específicos que pueden ser de utilidad para favorecer los aprendizajes en el área de matemática en: http://conectareducacion.educ.ar/educacionespecial/pluginfile.php/1421/mod_folder/content/1/propuestas_pedagogicas_capitulo_2.pdf?forcedownload=1

Asimismo, en el siguiente enlace están disponibles recursos accesibles, software libre con sus correspondientes tutoriales, según tipo de discapacidad y disciplina:

<http://conectareducacion.educ.ar/educacionespecial/mod/page/view.php?id=492>

Orientaciones para el coordinador

Si bien el juego seleccionado no involucra un problema matemático para los maestros, su análisis didáctico puede resultar una oportunidad para reflexionar sobre los criterios a tener en cuenta al planificar e implementar juegos en el aula. Jugar algunas partidas entre colegas puede ayudar a identificar qué cuestiones matemáticas pone en relieve y anticipar algunas dificultades que pueden encontrar los niños para jugar.

En la actividad 1 se propone el análisis didáctico del juego. En cuanto a su finalidad, este juego, y otros similares que consisten en formar pares (o tríos, cuartetos, etc.) de números con alguna condición, permiten que los alumnos avancen en la memorización de un repertorio de cálculos, en este caso: sumas que dan 15. En un comienzo, posiblemente los niños cuenten los objetos de las cartas probando carta por carta para ver si llega a 15, o cuenten con los dedos para controlar la suma.

Este juego admite diversas variantes para modificar su complejidad.

- Variar el rango numérico en el que se desarrolla la actividad.
 - Jugar a la escoba del 6 (con cartas del 1 al 5) o a la escoba del 10 (con cartas del 1 al 9) hasta memorizar un repertorio básico.
 - Jugar a la escoba del 100, usando números redondos (20, 30, 40, etc.) y/o incluyendo cartas con números terminados en 5 (15 - 85 - 25 - 75 - 35 - 65 - 45 - 55).
- Jugar habilitando el uso de carteles con resultados o la calculadora, variando el puntaje si consultan los cálculos o si encuentran el producto mentalmente.
- Usar cartas que no contengan dibujos, solo números, para obturar el conteo.

Por otra parte, es posible que en un mismo grado se trabaje en subgrupos con el mismo juego pero con variaciones, según los conocimientos de los niños.

La lectura propuesta para la actividad 2 ofrece un marco general sobre cómo gestionar los juegos en la clase de Matemática. Permitirá discutir sobre cómo organizar la clase, las distintas intervenciones del docente y las etapas sucesivas que supone la implementación de

un juego como recurso de enseñanza. Todas estas cuestiones serán puestas en juego en la siguiente actividad.

<p>Tercer momento 40 min Planificación de la puesta en aula del juego</p>	<p>Actividad y acuerdos para el próximo encuentro En pequeños grupos 40 min</p>
--	--

Les proponemos llevar al aula el juego de cartas analizado para favorecer la memorización o ampliación del repertorio aditivo de sus alumnos.

1. Reunidos en grupos por grado/año que tengan a su cargo, planifiquen la actividad, quedando a criterio de cada maestro los ajustes que considere pertinentes. Tengan en cuenta estas preguntas:

- ¿Cómo organizarían la clase para llevar adelante la propuesta?
- ¿Cómo presentarían el juego? ¿Qué adaptaciones le harían según los conocimientos de sus alumnos?
- ¿Qué posibles intervenciones podrían realizar durante la actividad?
- ¿Qué cuestiones matemáticas se podrían discutir en la puesta en común posterior al juego?
- ¿Qué quedaría registrado -en el pizarrón y en los cuadernos- al finalizar la clase?
- ¿Qué actividades adicionales podrían proponer después de jugar?

2. Luego de realizar la actividad, tomen fotos o fotocopien los registros de los cuadernos para compartir en el próximo encuentro.

Orientaciones para el coordinador

Luego de leer la consigna entre todos, será tarea del coordinador aclarar todas las dudas que pudieran surgir. Es importante que establezca la vinculación entre esta actividad y la realizada en el primer encuentro: en función del relevamiento realizado en torno a las estrategias de cálculo que poseen los alumnos, se trata de definir qué repertorio sería importante seguir trabajando.

En cuanto al punto **1**, se espera que en esta instancia del ateneo los docentes participantes cuenten con las herramientas necesarias para realizar la planificación propuesta. Posiblemente la discusión se centre en el rango de números a abordar, que debería diversificarse a partir de 2º grado/año. El coordinador podrá colaborar en esta tarea si lo considera necesario, recuperando los criterios didácticos elaborados en el segundo momento del encuentro.

En términos generales, la propuesta de trabajo en el aula consiste en jugar algunas partidas, para que los niños puedan familiarizarse con el juego, y luego realizar una puesta en común para comunicar y comparar las estrategias para levantar las cartas. En este sentido, registrar las cartas que se levantan en cada mano posibilitará comenzar a tener un listado de cálculos que dan 6, 10, 15, 100 según el caso. En clases sucesivas, la idea es proponer nuevas actividades en el contexto del juego que se resuelvan sin jugarlo.

Por último, es conveniente acordar qué se espera de los registros a compartir en el siguiente encuentro. Circunscribir las evidencias a lo registrado en el cuaderno permite realizar ciertas conjeturas sobre cómo se desarrolló la actividad, así como analizar qué se institucionalizó como aprendizaje. Sin embargo, queda a criterio del coordinador habilitar otras evidencias como tomar nota o grabar los intercambios durante el juego.

Recursos necesarios

- Documento para el participante.
- Fotocopia del apartado “El uso del juego en el aula”, en las pág. 5 a 7 del documento *Juegos de Matemática EGB1. El juego como recurso para aprender*, citado en la bibliografía.

Materiales de Referencia

MECyT (2004). *Juegos de Matemática EGB1. El juego como recurso para aprender*. Buenos Aires: Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación. Recuperado de <ftp://ftp.me.gov.ar/curriform/juegosaprender/egb1-docentes.pdf> (última visita 15 de marzo de 2018).

Novembre, A. y Díaz, A. (coord.) (2017). *Clase Nro 1. El cálculo mental como objeto de enseñanza. Cálculo mental de sumas y restas. Repertorios y estrategias*. Buenos Aires: Ministerio de Educación y Deportes de la Nación.