

Cuarto anexo. Registro de una clase de proporcionalidad en sexto año Primera clase

La maestra propone el trabajo en pequeños grupos de 4 personas como máximo. Inicialmente los niños trabajan discutiendo entre ellos para dar respuesta al problema.
Esta actividad fue desarrollada en un 6° año de la EGB. La maestra no había "explicado" proporcionalidad.

Problema: "Si una barra de cereales de 22 g contiene 3,5 g de materia grasa, ¿cuánta materia grasa contiene una barra del mismo cereal, de 40 g?"

Grupo 1: Ornella, Nariz

$$\textcircled{1} \quad a - 22 \text{ gr} \quad \text{---} \quad 3,5 \text{ g} \quad \quad 40 \text{ gr} \quad \text{---} \quad 6,35$$

$$\begin{array}{r} 1 \times 18 \\ \hline 18 \\ 285 \\ 35 \\ \hline 635 \end{array}$$

Grupo 2: Mariela, Miriam, Inés

$$\begin{array}{r} 40 \\ +18 \\ \hline 40 \end{array} \quad \begin{array}{r} 35 \\ +18 \\ \hline 5,3 \end{array}$$

a. Contiene 5,3 gr de materia grasa
b. La q' contiene más es la barra anterior

Grupo 3: Federico, Santiago, Valentín

6,0, le descante por q' yo pienso que le tengo q' bajar los dos 5 por q' 22+22=44 y a cuarenta no llega entonces le descante dos 5 y me queda 6,0...

(6,0, le descanté por q' yo pienso que le tengo q' bajar los dos 5 por q' 22+22=44 y a cuarenta no llega entonces le descanté dos 5 y me queda 6,0)

En el pizarrón:

Tiene 6,0 gramos de grasa.

Grupo 4: Virginia, Giuliana, Belén

$$\begin{array}{r} 22 \\ 40 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 3,5 \\ 3,5 \\ \hline \end{array}$$

$$x = \frac{40 \cdot 3,5}{22} = \frac{1400}{22} = 63$$

$$\begin{array}{r} 40 \\ 3,5 \\ 200 \\ 1200 \\ \hline 1400 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1400 \overline{) 22} \\ 080 \\ \hline 140 \\ 0 \end{array}$$

La maestra circula por los grupos sin intervenir en las discusiones. Los grupos presentaron respuestas diferentes. La docente no dice cuál es la respuesta al problema; en cambio, decide poner a consideración de toda la clase los distintos procedimientos. Divide el pizarrón y convoca a algunos niños para que escriban lo que discutieron.

Valentín: 63 no puede ser porque es muy grande.

Docente: ¿Por qué decís que es muy grande?

Valentín: ¿Cómo va a tener 63 gramos de grasa una barra de 40 gramos de cereal?

Giuliana: ¡Me equivoqué en la cuenta! Falta la coma.

Docente: ¿Dónde perdiste la coma?

Giuliana: En la de por.

Docente: Bueno... ¿Cuál será la respuesta al problema? Todos los grupos encontraron que la cantidad de materia grasa es un número cercano a 6, pero hay varias respuestas... ¿Cómo podemos saber cuál es la correcta?

Martín: Por ahí no es ninguna...

Docente: O por ahí es como dice Martín. ¿Qué les parece? ¿Podría asegurar que el resultado es un número cercano a 6?

Federico: Para mí la nuestra está bien.

Docente: Explicá cómo lo pensaron Fede, porque en el pizarrón solamente escribiste el 6.

Federico: Para mí es 6 coma cero, porque si fueran dos barritas de 22 habría 7 gramos de materia grasa...

Tomás: No entiendo.

Federico: ¡Claro! Si tenés una barrita de 22 gramos de cereal, tiene 3,5 de materia grasa; si tenés dos barritas de 22 gramos, hay 3,5 en una y 3,5 en la otra, o sea que hay 7 en total. Si vos le sacás el papel a las barritas y las pegás, tenés una barra más larga de 44 con 7 gramos de grasa (se levanta y dibuja en el pizarrón)



Tomás: Sí, pero vos dijiste que da 6, no 7...

Federico: Porque eso es para una de 44. Pero como es de 40 es un poco menos (borra un pedacito del dibujo que había hecho)



Para mí hay que sacarle el "coma 5" de la barra de 22 gramos, entonces sería 3 más 3. Por eso da 6.

Tomás: Pero a mí me dio 6,6.

Docente: ¿Cómo lo pensaron ustedes, Tomás?

Tomás: Hicimos la regla de tres simple.

Docente: ¿Cómo es eso? ¿Se lo podés explicar a los chicos que no la conocen?

Tomás: Vos ponés el planteo así y después tenés que hacer éste por éste dividido éste (va señalando a medida que habla).

Ana: ¡Ah! Mi mamá me lo explicó....

Valentín: Pero ¿por qué hacés esas cuentas?

Tomás: Porque es así.

Valentín: No entiendo por qué es así...

Docente: A Tomás le enseñaron que los problemas podían resolverse con esa regla, ¿no es cierto? Vamos a tratar de entenderla. Pero primero vamos a seguir mirando un poquito más lo que pensaron otros grupos. A ver, Giuliana, Virginia y Belén también usaron esta regla, ¿no?

Giuliana: Sí.
 Docente: Pero los dos grupos usaron la misma regla y les dio distinto... ¿qué pasó?
 Virginia: A ver si hicimos bien las cuentas....
 Docente: ¿Alguien tiene calculadora? Porque esas cuentas son un poco incómodas... a ver.
 Naryís: Yo...
 Docente: Virginia, dictale a Naryís las cuentas que tiene que ir haciendo.
 Virginia: 40 por 3,5 dividido 22.
 Naryís: Da 6,3636364
 Laura: ¿Nos equivocamos nosotros?
 (revisa las cuentas y corrige la división)
 Naryís: A nosotras nos dio cerca...
 Docente: ¿Podés explicar cómo lo pensaron? ¿Usaron la regla de tres simple también?
 Ornella: No. Nosotras hicimos 3,5 por 18.
 Docente: ¿Y por qué usaron el 18? ¿De dónde vino ese número?
 Ornella: Porque 22 más 18 es 40.
 Docente: Ah, como el de las chicas (referencia a otro grupo). Pero ellas sumaron, no multiplicaron.
 Valentín: ¡Pero 3,5 más 18 no puede dar 5,3! ¡Estás sumando más de 10!
 Docente: ¿Qué dicen ustedes, chicas?
 Mariela: Ah, lo hicimos con la coma....
 Valentín: Si sumás te da 21,5.... no puede tener eso de grasa.... es mucho.
 Bruno: Sí, es la mitad casi....
 Federico: Mitad de grasa y mitad de cereal...
 Docente: Parece que sumando nos da algo que no puede ser.... ¿Pero multiplicando sí? ¿Por qué multiplicaron por 18?
 Ornella: No sé... nos pareció que era así...
 Docente: Bueno, todavía nos queda la intriga. Ahora va a tocar el timbre y vamos a irnos al recreo con esta pregunta. Cuando volvamos, vemos si podemos seguir pensando.

Segunda hora

Docente: En la hora anterior vimos que había varias posibles respuestas al problema, pero no pudimos saber cuál era correcta, o si ninguna estaba bien. Después de lo que explicó Fede parece que el número que estamos buscando tendría que ser cercano a 6, pero hay muchos números cercanos a 6, y casi todas las respuestas cumplen con esta condición. Vamos a ir anotando lo que sí sabemos seguro: si en lugar de ser una barra de 40 gramos fuera de 44, entonces sería fácil porque es el doble de 22. Es como el dibujo de Fede de las dos barritas pegadas.

Dibuja y escribe en el pizarrón:



Dibuja y escribe en el pizarrón:

| | | |
|----------------------------|-----|----|
| Peso de la barra de cereal | 22 | 44 |
| Cantidad de materia grasa | 3,5 | 7 |



Puedo pensar en cortar la barrita a la mitad también... ¿Cuántos gramos de cereal habría?

Varios: ¡Once!

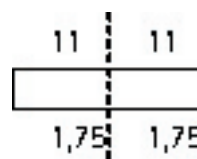
Docente: ¿Y de grasa?

Valentín: ¿Cuánto es la mitad de 3,5?... 1 y algo...

Narys: 1,75

Docente: Lo puedo agregar a la tabla...

| | | | |
|----------------------------|-----|----|------|
| Peso de la barra de cereal | 22 | 44 | 11 |
| Cantidad de materia grasa | 3,5 | 7 | 1,75 |



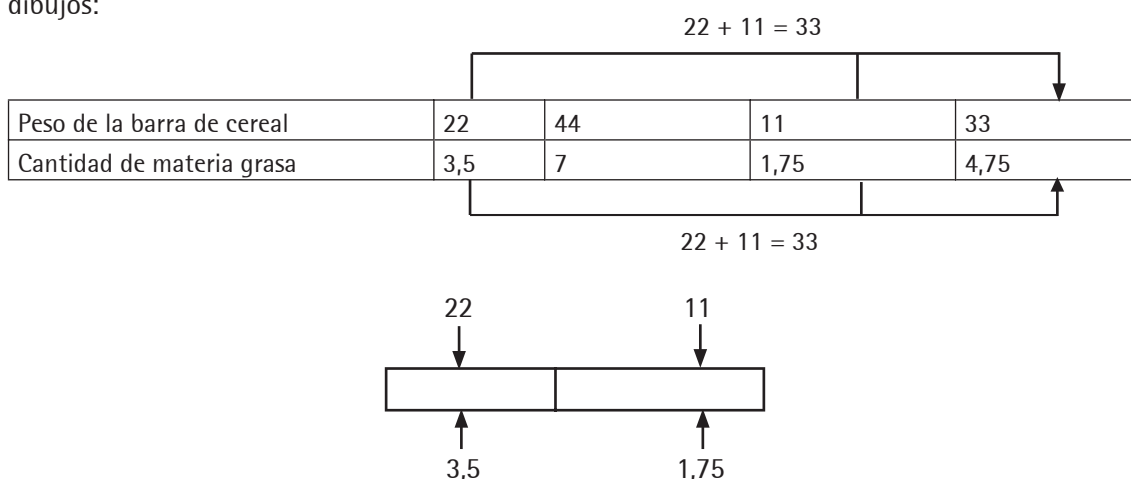
Valentín: Podríamos hacer 22 más 11 para tener 33...

Docente: ¿Y cuánta grasa tendría?

Valentín: 3,5 más 1,75... uy... ¿tenés calculadora?

Narys: 4,75

La docente agrega el valor nuevo en la tabla y registra cómo lo encontraron usando flechas y dibujos:



Federico: Si me dicen cuánta grasa tienen 4 gramos de cereal, lo puedo restar a 44 y me daría para 40.

Docente: ¿Cómo hacemos para saber eso? Ustedes habían dicho que le sacaban el "coma 5" a la de 22. ¿Me sirve? ¿Cómo sé si está bien?

Valentín: No... no sé...

Laura: Podemos saber cuánta grasa hay en un gramo.

Docente: ¿Cómo harías?

Laura: 3,5 dividido 22.

Docente: ¿Por qué dividís por 22?

Bruno: Como si fuera un chocolate... lo partís en 22 pedacitos...

Docente: (empieza a dibujar lo que dijo Bruno) ¿Como en las fracciones, decís?

Bruno y varios: ¡Sí!

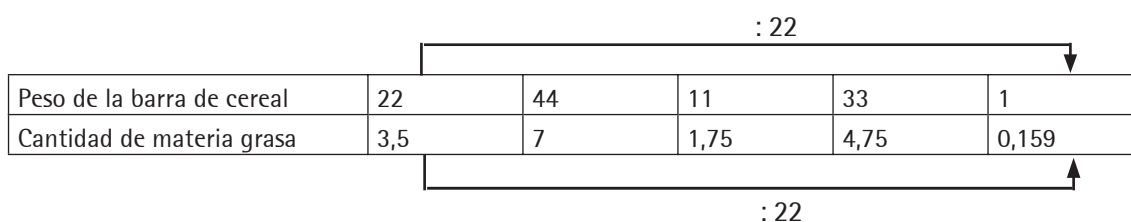
Bruno: Ahora tenés 22 barritas de 1 gramo y querés ver cuánta grasa tiene cada una. Por eso dividís por 22.

Narys: Es 0,159090909

Docente: A ver, lo voy a agregar a la tabla... ¿Escribo todos los decimales?

Valentín: No... poné hasta el 9 porque se repite después.

La docente agrega el valor nuevo en la tabla y registra cómo lo encontraron usando flechas.



Docente: Pero todavía no tengo respuesta... ¿cómo sigo? Ya me perdí... ¿cuál era la pregunta?

Federico: Queríamos saber cuánta grasa había en 4 gramos de cereal.

Docente: ¿Y cómo hago? ¿Me sirve lo que calculamos para saber eso?

Laura: Multipliqué por 4.

La docente lo agrega a la tabla.

Valentín: Y ahora hacés 44 menos 4.

La docente registra en el pizarrón:

$44 - 4 = 40$

| | | | | | | | |
|----------------------------|-----|----|------|------|-------|-------|----|
| Peso de la barra de cereal | 22 | 44 | 11 | 33 | 1 | 4 | 40 |
| Cantidad de materia grasa | 3,5 | 7 | 1,75 | 4,75 | 0,159 | 0,636 | ? |

Docente: ¿Y abajo qué pongo?

Santiago: Tenés que hacer 7 menos 0,636. La misma cuenta abajo y arriba.

Tomás: Pero arriba no hiciste esa cuenta... hiciste 44 menos 4...

Federico: No... él dice que tiene que restar en los dos lados.

Docente: La misma operación abajo y arriba (agrega la cuenta que dijo Santiago debajo de la flecha inferior)

Narys: Da 6,36.

Laura: Igual, si tenés la grasa de 1 gramo podés saber la cantidad de grasa para 40 gramos directamente.

Valentín: Sí, porque multipliqué por 40.

Docente: ¿Así?

(escribe)

x 40

$x 40$

| | | | | | | | |
|----------------------------|-----|----|------|------|-------|-------|----|
| Peso de la barra de cereal | 22 | 44 | 11 | 33 | 1 | 4 | 40 |
| Cantidad de materia grasa | 3,5 | 7 | 1,75 | 4,75 | 0,159 | 0,636 | ? |

Docente: ¿Y da lo mismo?

Narys: Sí... es 6,36

Valentín: Ah, pero también podías multiplicar lo de 4 gramos por 10... así te da 40...

x 10

x 10

La docente vuelve a anotar:

$x 10$

| | | | | | | | |
|----------------------------|-----|----|------|------|-------|-------|----|
| Peso de la barra de cereal | 22 | 44 | 11 | 33 | 1 | 4 | 40 |
| Cantidad de materia grasa | 3,5 | 7 | 1,75 | 4,75 | 0,159 | 0,636 | ? |

Narys: Da lo mismo.

(el timbre tocó hace unos minutos)

Docente: Seguimos la clase que viene.

Segunda clase

Docente: Ayer estuvimos discutiendo para ver cómo se resolvía un problema. ¿Alguien me puede contar de qué se trataba? Juan ayer no vino, así que podemos contarle a él.

Ana: Nos dijeron que había una barra de cereal de 22 gramos y tenía 3,5 gramos de grasa. Nos preguntaban cuánta grasa habría en una barrita de 40 gramos.

Docente: ¿Y qué respondieron?

Ana: La respuesta era que tenía 6,36 gramos de grasa.

Docente: Pero ¿cómo llegamos a la respuesta? ¿Les salió a todos enseguida? ¿Cómo se les ocurrió?

Ana: No... primero lo hicimos en grupos y después entre todos discutimos para ver si estaba bien lo que habíamos pensado.

Docente: ¿Alguien se acuerda cómo fue que pudimos responder?

Tomás: Nosotros y otro grupo ya habíamos respondido bien. Bah, nosotros nos equivocamos en una cuenta, pero después la corregimos y estaba bien.

Docente: ¿Y cómo sabían que era correcta su respuesta?

Tomás: Porque había que usar la regla de tres simple.

Valentín: Pero yo no la usé a esa regla... al final no la explicaste (a la docente).

Docente: Hoy vamos a estudiarla un poquito. Pero vos decís que no la usaste... ¿cómo hiciste entonces para resolver, si Tomás dice que había que usar esa regla?

Valentín: Yo lo pensé distinto. Igual no estaba todo bien lo que habíamos dicho.

Docente: Bueno, ¿pero algunas cosas te sirvieron?

Valentín: Sí. Porque empezamos por cosas más fáciles que lo que nos preguntaban, y después pensamos en algo más difícil.

Bruno: Hicimos el dibujo de la barrita de cereal y entonces veíamos qué pasaba si teníamos dos barritas, o una y media, o la mitad de una... todo así. Entonces íbamos sabiendo la grasa en partes más chiquitas o en barras más grandes.

Santiago: Sí. Fede dibujó dos barras juntas y dijo que había 7 gramos de grasa; después si partíamos a la mitad la barra de 22 gramos, también había la mitad de grasa.

Docente: Además del dibujito usamos unas tablas, ¿se acuerdan? Vamos a escribirlas en el pizarrón:

(escribe las tablas y las flechas a medida que habla)

Santi había dicho que la misma operación que hacíamos con los números de arriba los hacíamos con los números de abajo. Si poníamos 44, porque duplicamos el 22, abajo duplicamos el 3,5; si ponemos 11 porque calculamos la mitad de 22, entonces también calculábamos la mitad de 3,5.

Valentín: También podíamos sumar. Hicimos 22 más 11 para tener una barra de 33 gramos.

Docente: ¿Y la grasa?

Valentín: Teníamos que sumar 3,5 más la cantidad de grasa de la de 11 gramos, que es ese 1,75 que pusiste ahí.

Laura: También si sabíamos cuánta grasa había en una barrita de 1 gramo, después podíamos saber cuánta grasa había en cualquier barra, porque podemos multiplicar.

Docente: A ver.. estamos diciendo muchas cosas muy importantes acá. Vamos a escribirlas para no olvidarnos:

- Si dividimos la barra a la mitad, entonces la cantidad de grasa también va a ser la mitad (dibujo al lado)
- Si duplicamos la barra de cereal, entonces vamos a tener el doble de grasa (dibujo al lado)

¿Y si triplicamos la barra?

Federico: Es como tener tres barritas... tenés tres veces de grasa.

- Si triplicamos el cereal, triplicamos la cantidad de grasa (dibujo al lado)

Podemos seguir... Así que si aumenta la cantidad de cereal, la cantidad de materia grasa aumenta de la misma manera, ¿no? Y si disminuye la cantidad de cereal, la cantidad de grasa también disminuye de la misma manera. En Matemática decimos que la cantidad de cereal y la cantidad de grasa varían, van cambiando, proporcionalmente (escribe: "LA CANTIDAD DE CEREAL Y LA CANTIDAD DE GRASA VARIAN PROPORCIONALMENTE")

- Si conozco la cantidad de grasa que hay en un gramo de cereal puedo calcular la cantidad de grasa que hay en cualquier cantidad de cereal, multiplicando.

- Si sumo dos cantidades de cereal, también debo sumar las cantidades de grasa. Si resto dos cantidades de cereal, también debo restar las cantidades de grasa.
- Puedo usar la regla de tres simple.

(Queda escrito en el pizarrón)

Vamos a ver si estas conclusiones a las que llegamos con el trabajo de ayer nos sirven para resolver otros problemas.

Propone el trabajo en grupos, como en la clase anterior. Reparte una hoja a cada grupo con los siguientes problemas:

1. En un almacén, 5 kg de café valen \$30.
 - a. ¿Cuánto valen 20 kg de ese mismo café?
 - b. ¿Cuánto valen 14 kg de ese mismo café? ¿Y 37 kg?
 - c. ¿Cuántos kg de ese café puedo comprar con \$45?
2. Jorge tiene 6 años y pesa 15 kg. ¿Cuánto pesará cuando tenga 60 años?
3. Un chico tiene \$60 ahorrados. Quiere hacer algunos cálculos para saber cuánta plata puede gastar por día en sus vacaciones. Él pensó que si se va 10 días, suponiendo que todos los días gasta la misma cantidad, podrá gastar \$6 cada día. ¿Cuánto podrá gastar si se va 5 días?
4. Sofía gana \$14 cada dos días que ayuda a su abuelo en la tienda. ¿Cuánto dinero ganó en total si trabajó los cinco días hábiles de esta semana?
5. Marcelo mide 90 cm, el doble que Joaquín. ¿Cuánto medirá Marcelo cuando Joaquín mida 135 cm?

Capítulo 3

Anexo único. Repitan conmigo: ¡No se puede dividir por cero!¹

Imaginen que entran a un negocio donde toda la mercadería que se puede comprar cuesta mil pesos. Y ustedes entran justamente con esa cantidad: mil pesos. Si yo les preguntara. ¿cuántos artículos pueden comprar? Creo que la respuesta es obvia: uno solo. Si en cambio en el negocio todos los objetos valieran 500 pesos, entonces, con los mil pesos que trajeron podrían comprar, ahora, dos objetos.

Esperen. No crean que enloquecí (estaba loco de antes). Siganme en el razonamiento. Si ahora los objetos que vende el negocio costaran sólo un peso cada uno, ustedes podrían comprar, con los mil pesos, exactamente mil artículos.

Como se aprecia, a medida que disminuye el precio, aumenta la cantidad de objetos que Uds. pueden adquirir. Siguiendo con la misma idea, si ahora los artículos costaran diez centavos, ustedes podrían comprar...diez mil. Y si costaran un centavo, sus mil pesos alcanzarían para adquirir cien mil.

O sea, a medida que los objetos son cada vez más baratos se pueden comprar más unidades. En todo caso, el número de unidades aumenta tanto como uno quiera, siempre y cuando uno logre que los productos sean cada vez de menor valor.

Ahora bien: ¿y si los objetos fueran gratuitos? Es decir, ¿y si no costaran nada? ¿cuántos se pueden llevar? Piensen un poco.

Se dan cuenta que si los objetos que se venden en el negocio no costaran nada, tener o no tener mil pesos poco importa, porque ustedes se podrían llevar todo. Con esta idea en la cabeza es que uno podría decir *que no tiene sentido "dividir" mil pesos entre "objetos que no cuestan nada"*. En algún sentido los estoy invitando a que concluyan que *no tiene sentido dividir por cero*.

¹ Paenza, A., *Matemática... ¿estás ahí?* Buenos Aires, Siglo XXI, 2005.