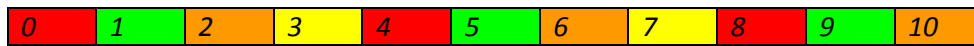


Anexo 1
Ateneo 1 – Encuentro 1 – Matemática
Nivel Secundario – Ciclo Básico

Análisis didáctico de la secuencia de problemas

Problema 1

La siguiente tira numerada está pintada de 4 colores, empezando con el color rojo y en cero. Los colores se repiten siempre en el mismo orden.



a) ¿Cuáles de los siguientes casilleros no están pintados de rojo?

400 418 675 128

b) ¿Es posible saber de qué color está pintado cada uno?

c) Encontrá un casillero entre 59 y 79 que esté pintado de rojo. ¿Cuántos es posible encontrar?

Breve análisis del Problema 1

El color de cada casillero dependerá del resto que tenga al dividir el número correspondiente por 4.

Rojo: resto 0, múltiplos de 4 (esto es lo primero que puede decirse, a partir de inspeccionar los números pintados de rojo).

Verde: resto 1.

Naranja: resto 2.

Amarillo: resto 3.

En este problema resulta relativamente simple darse cuenta que los números rojos corresponden a múltiplos de 4. Entonces, tanto el 400 como el 128 ($100 + 28$ o $120 + 8$) estarán pintados de rojo.

Para ver de qué color están pintados los demás números hay distintas estrategias, entre ellas:

- $418 = 400 + 16 + 2$, por lo que tiene resto 2 al dividirlo por 4. También puede pensarse que va a estar 2 lugares a la derecha de un casillero rojo, por lo que tiene que ser NARANJA;
- $675 = 600 + 40 + 28 + 4 + 3$ (o $600 + 60 + 12 + 3$). Tiene resto 3 pues se encuentra 3 lugares a la derecha de un casillero rojo, entonces es AMARILLO;

- También podría pensarse de la siguiente forma: $600 + 60 + 16 = 676$. Si el 676 es rojo, entonces el 675 será del color anterior, o sea, AMARILLO;
- También puede hacerse la división del número de casillero por 4, pero en este caso, solo nos interesa el resto. Por ejemplo, $675 : 4$ da cociente 168 y resto 3. Es decir, se encuentra a 3 casilleros a la derecha del ROJO.
- Para el ítem c) los estudiantes podrán utilizar distintas maneras para encontrar un múltiplo de 4 que se encuentre en el intervalo especificado. Algunas de ellas pueden ser:
 - realizar multiplicaciones de diferentes números por 4 hasta obtener un resultado entre 59 y 79;
 - buscar el múltiplo de cuatro más cercano a 59 y “recrear” la tira desde allí;
 - usar algún criterio de divisibilidad por 4 para determinar qué números entre 59 y 79 son divisibles por 4.

Problema 2

En una tira numerada de 6 colores diferentes que empieza en 0, el casillero 13 es negro. ¿Es cierto que en esa tira el casillero 55 también es negro? ¿Y el 63?

Breve análisis del Problema 2

En este problema se reinvierte y profundiza lo trabajado a propósito del problema 1. En el 1, la observación de la tira coloreada alcanza para determinar ciertas regularidades que en el caso de la tira del problema 2 no están disponibles.

Saber que son 6 colores permite afirmar que el color del casillero del 0 será el mismo que el del 6, 12 y los múltiplos de 6. También serán del mismo color los que tienen el mismo resto al dividir por 6. Como 13 tiene resto 1, entonces todos los que tengan el mismo resto serán negros. Como $55 = 54 + 1 = 6 \times 9 + 1$, también tiene resto 1 y será negro.

Para el caso de 63, es $63 = 60 + 3$, que tiene resto 3. No es negro y no podemos saber cuál es su color.

Problema 3

a) *Pintá esta tira con 3 colores distintos y ordenados de manera que el número 34 sea verde.*

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

b) *Pintá la tira con 4 colores distintos y ordenados de manera que el número 34 sea verde.*

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Breve análisis del Problema 3

En los problemas anteriores las tiras ya estaban pintadas, por lo que la tarea consistía en determinar el color de algún casillero a partir de una configuración dada. En estos problemas los colores y sus posiciones no están dados, por lo que los alumnos deberán determinar una configuración que cumpla con lo pedido.

La cantidad de colores y el número de casillero planteado en los enunciados permite a los alumnos realizar un trabajo exploratorio. Por ejemplo, podrían establecer alguna configuración inicial a partir de la cual determinar el color del casillero 34, utilizando las estrategias construidas durante el trabajo con los problemas anteriores. Luego, sobre la base de sus exploraciones, podrían determinar las características de la configuración inicial que cumplen con lo pedido.

En el primer caso, el casillero 1 es el que debe estar pintado de verde. Los casilleros 0, 3, 6, 9, ..., 33 (y todos los múltiplos de 3) estarán pintados del mismo color, al igual que los casilleros 1, 4, 7, 10, ..., 34 (y todos los que "son uno más que los múltiplos de 3", los que tienen resto 1 al dividirlos por 3). Por lo tanto, si el casillero 1 está pintado de verde, el casillero 34 también estará pintado de verde.

En el segundo caso, el casillero que debe estar pintado de verde es el 2, ya que 34 tiene resto 2 al ser dividido por 4. El número de casillero no cambia, pero sí la cantidad de colores. El objetivo de este segundo caso es que los alumnos puedan poner en juego las estrategias utilizadas en el caso anterior. Algunos podrían poner a prueba conjeturas que hayan formulado sobre las regularidades de las tiras: los casilleros que tienen el mismo color tienen el mismo resto al ser divididos por el número que determina la cantidad de colores (posiblemente no logren explicarlo con estas palabras ni en estos términos). Otros alumnos podrían realizar exploraciones análogas a las que hicieron en el caso anterior, pero esta vez con cuatro colores. La comparación entre las exploraciones y las conclusiones formuladas en ambos casos es un buen insumo, tanto para los alumnos como para el docente, para trabajar en pos de realizar generalizaciones sobre las regularidades de las tiras.

Problema 4

Una tira numerada tiene 6 colores diferentes y comienza en 0. Señalá qué casilleros entre 108 y 113 van a tener el mismo color que el 74.

Breve análisis del Problema 4

Se trata de hallar el resto de dividir a 74 por 6 y buscar qué números del intervalo dado tienen el mismo resto.

Problema 5

Considerá la siguiente tira de colores ordenados numerada.



Si n representa cualquier número natural o cero:

- a. *¿De qué color están pintados todos los casilleros de la forma $5n$?*
- b. *¿Es verdad que todos los casilleros de la forma $2n$ están pintados de verde?*
- c. *¿Cómo se podrían expresar todos los números de los casilleros pintados de azul? ¿Y los pintados de amarillo?*
- d. *¿Es verdad que todos los casilleros cuyos números son de la forma $5n+4$ están pintados de naranja? ¿Y los de la forma $10n+4$ también?*

Breve análisis del Problema 5

- a. Por inspección se puede determinar que si n vale 0 o 1 se obtienen los casilleros 0 y 5, que se pueden visualizar en la tira con el color rojo. Se espera que el docente realice intervenciones para que los estudiantes puedan leer a la expresión $5n$ como los múltiplos de 5 y determinar que TODOS esos casilleros están pintados de rojo, pese a que no puedan visualizarlos.
- b. No es verdad, porque aunque para $n = 1$ se cumple la afirmación, pues el casillero 2 está pintado de verde, no es cierto para todos los valores de n . Por ejemplo cuando n vale 2 se hace referencia al casillero 4 que es color naranja y este ejemplo sirve para decidir que no es cierto que todos los casilleros de la forma $2n$ están pintado de verde. Es importante discutir que para poder afirmar que todos los casilleros de la forma $2n$

tengan color verde es necesario que los casilleros, 2, 4, 6, 8 y todos los casilleros pares tengan color verde.

- c. Son los que se pasan 1 unidad de los múltiplos de 5, por lo que tiene resto 1 al dividirlos por 5. Una manera de expresar con letras esta relación es $5k+1$, con k natural o cero. Los que están pintado de amarillo son los que tienen resto 3 al dividirlo por 5, es decir, los de la forma $5k+3$ con k un número natural o cero.
- d. Es verdad, ya que son los que se pasan 4 unidades de un múltiplo de 5. Los que tienen la forma $10n + 4$ tienen resto 4 al dividirlos por 10. Pero como $10n + 4 = 5 \times 2n + 4$, también tienen resto 4 al dividirlos por 5.

Problema 6

Una tira numerada comienza en 0 y está pintada de colores diferentes. Se sabe que todos los casilleros de la forma $7n + 2$, donde n representa cualquier número natural o cero, están pintados de azul.

- a. *Escribí los números de 3 casilleros que sean azules.*
- b. *¿De cuántos colores está pintada la tira?*
- c. *¿Es verdad que el casillero 100 está pintado de azul? ¿Y el 107?*

Breve análisis del Problema 6

- a. Al reemplazar n por un número natural se encuentran algunos de los casilleros que están pintados de azul, por ejemplo 2, 9, 16, etc.
- b. La fórmula indica que los colores se repiten cada 7 casilleros, por lo que hay 7 colores diferentes.
- c. Será necesario determinar si 100 y 107 tienen o no resto 2 al dividirlos por 7. Es interesante notar que ambos tendrán el mismo color, porque difieren en 7 unidades.