

Ateneo N°3

Nivel Primario

Segundo ciclo

Matemática

Resolver problemas de división en segundo ciclo: diferentes procedimientos de cálculo

Año 2017

COORDINADOR

PRELIMINAR

Agenda del encuentro

PRIMER MOMENTO	Intercambio sobre la actividad implementada en el aula. Actividad 1 (70 minutos) Entre todos	70 minutos
SEGUNDO MOMENTO	Análisis de diversos algoritmos de la división. Actividad 1 (90 minutos) En pequeños grupos y entre todos	90 minutos
TERCER MOMENTO	Presentación del Trabajo Final. Actividad 1 (20 minutos) Entre todos	20 minutos

Presentación

El ateneo se presenta como un espacio de análisis y reflexión compartida sobre situaciones de la práctica docente complejas, que conllevan el desafío de pensar propuestas didácticas que favorezcan la tarea concreta en el aula e impacten positivamente en los aprendizajes en el área de Matemática.

En los encuentros anteriores se analizó el rol de los problemas en la clase de Matemática, con especial atención a diversas situaciones que pueden resolverse a partir de una división. En esta oportunidad, se hará hincapié en diversos algoritmos de la división, así como en conocimientos y propiedades que se ponen en juego al utilizarlos.

Objetivos

Se espera que los docentes encuentren oportunidades para:

- reflexionar sobre la importancia del análisis y comparación de algoritmos diversos para pensar acerca de la enseñanza de los mismos;
- incorporar herramientas teóricas, tanto matemáticas como didácticas sobre las operaciones de multiplicación y división con números naturales;
- favorecer instancias de metacognición en relación a la propia práctica y al aprendizaje.
- problematizar sus prácticas de enseñanza de la Matemática.
- reflexionar acerca de la gestión de la clase y su planificación.

Metodología y estrategia utilizada

- Análisis didáctico de algoritmos diversos.
- Reflexión compartida sobre las prácticas de enseñanza.
- Reflexión metacognitiva en torno a los procesos llevados a cabo.

Contenidos y capacidades

Contenidos

- El rol de los problemas en la clase de Matemática.
- Criterios de análisis didáctico.
- Distintos significados de la división y estrategias de cálculo.
- La gestión de la clase.

Capacidades

- Cognitivas
 - Identificar problemáticas vinculadas con la enseñanza a partir del análisis de la resolución de problemas.
 - Incorporar herramientas teóricas, tanto matemáticas como didácticas, que potencien el análisis de sus propuestas de enseñanza.
- Intrapersonal
 - Tener una postura crítica que le permita reflexionar sobre la propia práctica.
 - Asumir el propio proceso de formación profesional.
 - Favorecer el desarrollo y consolidación de una mirada estratégica en torno a la planificación de la propuesta de enseñanza.
- Interpersonales
 - Trabajar en equipo y reflexionar con colegas sobre la práctica docente.

Estructura de desarrollo

PRIMER MOMENTO. *Intercambio sobre la actividad implementada en el aula. (70 min.)*

Actividad 1 (70 minutos)

Entre todos

ACTIVIDAD 1
<p>Les proponemos que se agrupen por grado para reflexionar de manera colectiva sobre la implementación de los problemas que llevaron a sus aulas. A partir de los registros escritos de la experiencia, les pedimos que respondan las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none">a) ¿Qué procedimientos produjeron sus alumnos y alumnas para resolver los problemas que llevaron al aula? Comparta con sus colegas los registros que produjo cada uno (listado de procedimientos, fotos, fotocopias). Para el caso de que hayan abordado problemas similares, encuentren similitudes y diferencias entre los procedimientos que produjeron sus alumnos.b) ¿Algunos de los procedimientos no habían sido anticipados en el análisis realizado en el ateneo anterior? ¿Cuáles?c) Repasando sus intervenciones durante el momento en que los chicos y las chicas resolvieron los problemas, ¿cuáles les permitieron afinar el rumbo de la clase, mejorar en algún sentido lo que venía sucediendo, destrabar alguna situación? Compartan algunos ejemplos.

Orientaciones para el coordinador

Esta actividad apunta a compartir la experiencia desarrollada en el aula a propósito de los problemas seleccionados en el encuentro anterior. El coordinador invitará a los docentes a recuperar sus registros y notas en torno a los procedimientos elaborados por sus alumnos así como a las intervenciones realizadas, en tanto marcas de la gestión de la clase.

Luego de un momento de trabajo en subgrupos, se propone que los docentes participantes compartan lo producido para analizarlo colectivamente.

Las preguntas a y b, proponen centrar la mirada en la diversidad de procedimientos que puede producir el alumnado al resolver problemas y en la anticipación que pueden realizar maestros y maestras como aspecto central del momento de planificación y análisis didáctico. Para ello, se propone que en el

momento de puesta en común el coordinador retome algunas de las ideas a las que se arribó en el encuentro anterior para introducir el análisis de los procedimientos producidos por los alumnos:

- son capaces de resolver gran cantidad de problemas “de división” a través de diversos procedimientos, incluso sin usar divisiones;
- Los procedimientos no son “niveles” que los chicos deben atravesar. Por el contrario, ellos utilizan unos u otros según el problema.

Luego de esta puesta en común y análisis, será interesante discutir: ¿Qué hacer frente a la diversidad de procedimientos que utilizan los niños y las niñas? A través de este intercambio, se espera llegar a ideas como las siguientes:

- promover la diversidad de producciones. Este es un modo de incluir a todos en el aprendizaje, de poner en evidencia la variedad de formas de pensar frente a un mismo problema y de generar confianza en las propias posibilidades de aprender;
- generar un espacio de comparación y análisis de procedimientos. Es mucho más que una autocorrección de si lo realizado es correcto o no. Consiste en presentar y explicar los procedimientos utilizados, animando a los alumnos a argumentar y fundamentar lo realizado, para analizar aciertos y errores;
- provocar avances. No se trata de “enseñar” los procedimientos más avanzados, sino de hacer circular las distintas estrategias para que gradualmente los niños abandonen procedimientos más artesanales y se apropien de nuevos recursos.

Cabe aclarar que, al considerar las producciones de los alumnos, también pueden aparecer procedimientos erróneos. Algunos de ellos podrán estar vinculados con una distracción circunstancial. Otros, en cambio, mostrarán una forma de pensar provisoria. Por ello, frente a los “errores” será siempre importante analizarlos, intentar comprender cómo y por qué se producen. Lejos de intentar evitarlos, se propone instalar en las escuelas las condiciones necesarias para que los niños sientan que los errores y los aciertos surgen de las situaciones de aprendizaje, en las que los conocimientos circulan en la clase.

El punto c plantea tomar la experiencia concreta de los docentes para reflexionar de forma colectiva y construir aportes que permitan mejorar las prácticas de enseñanza.

Para que los alumnos desarrollen el tipo de trabajo matemático que se busca promover, serán fundamentales las intervenciones del docente durante la clase. Entre ellas, ocupan un lugar central las que permiten afinar el rumbo de la clase, mejorar en algún sentido lo que venía sucediendo o destrabar alguna situación.

Al respecto, en la puesta en común del punto c, el coordinador podrá poner en discusión algunas cuestiones generales.

- El docente deberá presentar un problema y asegurarse de que todos hayan comprendido cuál es el desafío que se les propone. Este tipo de intervención, apunta que el alumno se haga cargo de la resolución, si bien es siempre parte del inicio de la clase en la que se va a trabajar con un/os problema/s, puede reiterarse en distintos momentos, toda vez que sea necesario y oportuno. En estos casos, la intervención docente pasa por hacer aclaraciones sobre la consigna y por estimular la explicitación de qué hicieron y por qué. Es importante no dar pistas del tipo: “es de división”, “eso está bien/mal” para no inducir el camino a seguir. Es una invitación para que el alumno resuelva por sí solo y no una orientación sobre cómo debe hacerlo.
- Anticipar posibles estrategias permite colaborar con los chicos para que avancen con algún tipo de resolución y no abandonen en el camino.
- “Cuando los chicos están resolviendo los problemas solos o con su grupo, el maestro podrá pasar cerca de cada uno, atendiendo lo que van haciendo, los términos que usan, lo que escriben, quiénes no participan y quiénes siguen atentamente –aun sin hablar– lo que hacen sus compañeros. De tal modo, el maestro tendrá un registro del conjunto de conocimientos que se despliegan en la clase. Esta información será fundamental para tomar decisiones en el momento del debate: ¿Qué grupo conviene que hable primero? ¿Cuáles tienen una respuesta similar? Esto permitirá optimizar el tiempo dedicado a la puesta en común de manera que no resulte tediosa para los alumnos” (MECyT, 2014, p. 29).

SEGUNDO MOMENTO. *Análisis de diversos algoritmos de la división.* (90 min)

Actividad 1 (90 minutos)

En pequeños grupos y debate colectivo

ACTIVIDAD 1

En los siguientes registros encontrarán la resolución del cálculo $618 : 5$ realizada por 3 alumnos de diversas escuelas. Obsérvenlos y establezcan sus similitudes y diferencias teniendo en cuenta:

- los pasos realizados en la resolución de los distintos procedimientos;
- los conocimientos que considera necesario que los alumnos tengan disponibles para resolver estos procedimientos.

The image shows two hand-drawn mathematical solutions for the division $618 : 5$.

Left Solution:

$$\begin{array}{r} 618 \text{ } \underline{5} \\ \underline{500} \quad 100 \\ 118 \quad 10 \\ \underline{-50} \quad 10 \\ 68 \quad 1 \\ \underline{-50} \quad 1 \\ 18 \quad 123 \\ \underline{-5} \\ 13 \quad 123 \\ \underline{-5} \\ 8 \\ \underline{-5} \\ 3 \end{array}$$

Right Solution:

$$\begin{array}{r} 618 \text{ } \underline{5} \\ - 500 \quad 100 \\ \hline 118 \quad + 20 \\ \hline \quad \quad 3 \\ \hline \quad \quad \underline{123} \\ - 100 \\ \hline \quad \quad 18 \\ - \quad \quad 15 \\ \hline \quad \quad \quad 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 618 \overline{) 15} \\ \underline{-5} \\ 11 \\ \underline{-10} \\ 18 \\ \underline{-15} \\ 3 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 15 \overline{) 618} \\ \underline{60} \\ 18 \\ \underline{15} \\ 3 \end{array}$$

Orientaciones para el coordinador

El objetivo es que los maestros comparen los distintos procedimientos, con una mirada en los conocimientos que deben tener disponibles los alumnos para desarrollarlos, las virtudes y las limitaciones de cada uno.

Luego de un lapso de tiempo de trabajo individual o grupal, se propone realizar una puesta en común de los producidos por los docentes participantes. En dicho momento, podrán considerarse los siguientes ejes de análisis:

- en los 3 procedimientos de cálculo los alumnos resuelven correctamente la división y llegan al mismo resultado realizando distintos pasos en su resolución;

- en los registros 1 y 2, los alumnos desarrollan el algoritmo desplegado, mientras que la alumna del registro 3 realiza el algoritmo tradicional o convencional, incluida, en este caso, la resta en la cuenta;
- en el registro 1 la alumna multiplica exclusivamente por 100, 10 y 1. De esta manera, para obtener los productos tan solo debe saber multiplicar 5 por potencias de 10. Es decir que no precisa conocer la tabla del 5. Pero, como contrapartida, es una estrategia con muchos cocientes parciales y muy extensa;
- en el registro 2, en cambio, el alumno dispone de más herramientas de cálculo y opera con múltiplos de 10 y 100, lo cual hace la cuenta más corta. Sin embargo, ambos logran realizar el cálculo, tomando decisiones a partir de los conocimientos que disponen;
- en los procedimientos de los registros 1 y 2, hay un mayor registro escrito de los cálculos provisorios o intermedios que en el registro 3. Además, en los 2 primeros casos, el número del dividendo es considerado globalmente mientras que en el tercer caso se lo descompone para operar.
- el algoritmo convencional “oculta” las descomposiciones de los números, las multiplicaciones y, en algunos casos, las restas. Los algoritmos desplegados muestran aquellas operaciones.

En relación al algoritmo de la división, si bien todos los docentes saben de la dificultad de los alumnos por dominar el algoritmo convencional, no son muchas las oportunidades que han tenido para reflexionar sobre la complejidad que encierra dicho procedimiento. Uno de los objetivos de esta actividad consiste en hacer explícita esta característica, no para deslegitimar su enseñanza sino para pensar su abordaje. Este algoritmo debe ser objeto de enseñanza, pero en un marco que garantice su comprensión y el control de sus pasos. A su vez, no debe ser el único procedimiento aceptado en el aula sino que puede convivir con otros, de modo que sean los chicos quienes puedan decidir en cada ocasión cuál es el más adecuado. Este tipo de decisiones son también parte del quehacer matemático que esperamos que los alumnos incorporen.

Es importante tener en cuenta que se trata del primer algoritmo convencional que los niños encuentran que se resuelve comenzando desde la izquierda: la suma, la resta y la multiplicación se inician desde la derecha. Por lo tanto, aquí hay una ruptura con lo que han aprendido con anterioridad en torno a las reglas de resolución de las cuentas.

Cuando se analizan desarrolladas en la resolución con el algoritmo convencional es posible hallar:

- una descomposición aditiva implícita del dividendo: $600 + 10 + 8$;
- la consideración de una parte de esa descomposición: 600 (En este caso, dado que el 6 del 600 es mayor que 5, se comienza operando con el 600, el cual es tratado como 6);
- la búsqueda del factor que, multiplicado por el divisor, se aproxime lo más posible sin superar a la parte del dividendo que se está dividiendo: $1 \times 5 = 5$, $2 \times 5 = 10$ (me paso del 6 por lo cual elijo el 1);

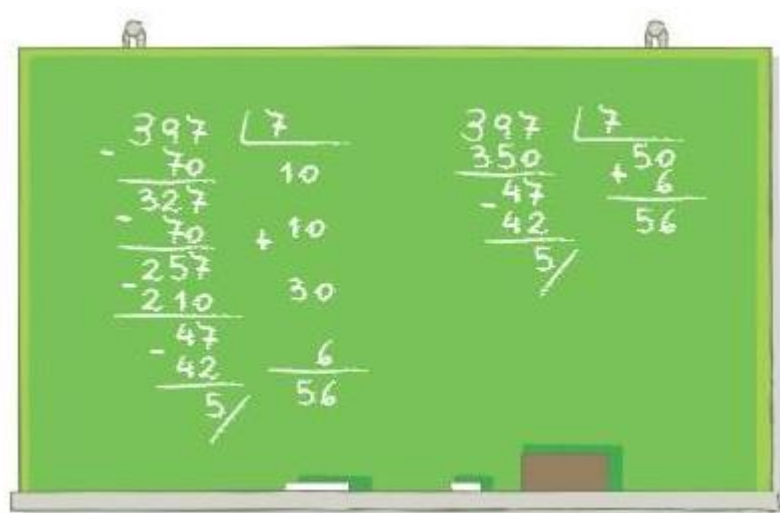
- el cálculo de ese producto, el cálculo de la diferencia entre ese producto y la parte de la descomposición del dividendo considerada: $100 \times 5 = 500$ (si bien al desarrollar el algoritmo se nombra como 1×5 en realidad se multiplica 100×5) y $600 - 500 = 100$ (o bien $6 - 5$);
- la composición de esa diferencia con otra parte del dividendo (correspondiente a la cifra de jerarquía inmediata inferior): $100 + 10 = 110$ (los 100 restantes del cálculo anterior se suman a los 10 que todavía no fueron divididos);
- y se comienza nuevamente esta serie de pasos hasta finalizar el algoritmo. Al trabajar con números naturales, se termina cuando el número que aún no está dividido, es menor que el divisor. En este caso 3.

Respecto de los algoritmos desplegados, en muchos casos, permiten que los niños puedan controlar las acciones realizadas durante el proceso de la división y que su desarrollo se sostenga no solo en la comprensión del proceso de reparto y restas reiteradas, sino también en el cálculo mental (tablas, multiplicaciones por la unidad seguida de ceros) sin cuyo dominio la estrategia no se puede mantener. Con dicho objetivo, se deberá trabajar previamente con aproximaciones sucesivas de restas y fortalecer el repertorio de la multiplicación, incluidos productos por 10, 100, 20, 200, etc.

Respecto a la enseñanza de los algoritmos de la división, en los *Cuadernos para el aula, Matemática 4*, se plantea:

Solo después de un intenso trabajo con cuentas, que muy probablemente sean largas, es decir que en el cociente aparezcan reiteradamente cienes y dieces, nuestras intervenciones podrán apuntar al acortamiento de dicho algoritmo.

Para esto, podremos escribir dos cuentas en el pizarrón y fomentar que los niños establezcan relaciones entre números del cociente.



Si, avanzados en este procedimiento, propusiéramos resolver cuentas en las que se incluyan divisores de dos cifras a partir del trabajo desplegado, esto no implicaría un obstáculo, puesto que los niños ya pueden extender este procedimiento en dichas cuentas.

El desarrollo de este procedimiento está sostenido, no sólo en la comprensión del proceso de reparto y restas reiteradas, sino también en el cálculo mental (tablas, multiplicaciones por la unidad seguida de ceros) sin cuyo dominio la estrategia no se puede sostener.

Asimismo, también es importante avanzar en el uso reflexivo de la calculadora para operar con números grandes, fortaleciendo la evaluación de la razonabilidad del resultado con el cálculo aproximado (MECyT, 2007).

Muchas veces, al presentar directamente el algoritmo convencional sin dar espacio y tiempo para aproximarse a él en forma progresiva, se corre el riesgo de quitarle todo sentido en tanto puede transformarse solo en un conjunto de pasos que se deben seguir. Esta es una de las principales razones por las que los alumnos presentan tantos problemas para resolver la cuenta de dividir.

Esto no quiere decir que no se deban enseñar los algoritmos, sino que sería más pertinente y rico que surjan como consecuencia de todo un recorrido de trabajo y no, como un inicio.

TERCER MOMENTO. *Presentación del Trabajo Final.* (20 min.)

Actividad 1 (20 minutos)

Entre todos

ACTIVIDAD 1

Lectura y presentación de los requisitos para la realización del Trabajo Final.

Presentación del trabajo

- Debe ser entregado al coordinador del ateneo didáctico en la fecha que se acordará oportunamente.
- Impreso en formato Word y vía correo electrónico. Podrá incluir anexos como archivos de audio, video, o fotocopias de la secuencia implementada y producciones individuales y colectivas de alumnos.

Consigna para la realización del Trabajo Final

Dicho trabajo consta de 4 partes.

1. La implementación de una clase, considerando las secuencias didácticas o ejemplos propuestos en el ateneo. En su trabajo deberán incluir, entonces, a) una copia de la clase utilizada de la secuencia dada, incluidas notas sobre las modificaciones que hayan realizado para la adaptación de dicha clase para su grupo de alumnos o b) la planificación de dicha clase (en el formato que consideren más conveniente) en caso de haber optado por desarrollar una clase propia.
2. El registro de evidencias de la implementación en el aula de dicha clase. Podrán incluir producciones individuales de los alumnos (en ese caso, incluyan 3 ejemplos que den cuenta de la diversidad de producciones realizadas), producciones colectivas (por ejemplo, afiches elaborados grupalmente o por toda la clase) o un fragmento en video de la clase filmada (de un máximo de 3 minutos).
3. Una reflexión sobre los resultados de la implementación de la clase. Deberán incluir un texto de máximo una carilla en el que describan sus impresiones y análisis personal, que incluya cuáles fueron los objetivos de aprendizaje que se proponían para la clase y señalen en qué

medida dichos objetivos (y cuáles) consideran que se cumplieron y por qué. Analicen también cuáles fueron las dificultades que se presentaron en la clase y a qué las atribuyen, y qué modificaciones harían si implementaran la clase en el futuro.

4. Una reflexión final sobre los aportes del ateneo didáctico para su fortalecimiento profesional, con énfasis tanto en los aportes teóricos como las estrategias que les hayan resultado más valiosas para el enriquecimiento de su tarea docente. Se dedicará un tiempo durante el tercer ateneo para la elaboración de este texto, de máximo una carilla.

Orientaciones para el coordinador

En el momento de cierre del ciclo de ateneos, el coordinador presentará la propuesta del trabajo final y abrirá el espacio a la consulta de dudas por parte de los docentes participantes. El coordinador podrá optar por realizar una lectura colectiva o proponer que la misma se realice en pequeños grupos para luego evacuar las dudas que surjan.

Además, acordará con los participantes la fecha y modalidad de entrega de dicho Trabajo Final.

Como cierre, se propone realizar una ronda de opiniones, conclusiones y aportes sobre el ciclo de Ateneos por parte de los participantes y del coordinador.

Recursos necesarios para el ateneo

- Carpeta para el Coordinador del Ateneo.
- Carpeta para el Participante.

Materiales de referencia

Broitman, Claudia y Itzcovich, Horacio (2001). *Orientaciones didácticas para la enseñanza de la división en los tres ciclos de la EGB. Documento N°2*. Buenos Aires: DGCyE, Subsecretaría de Educación. Disponible en: <http://servicios2.abc.gov.ar/lainstitucion/sistemaeducativo/educprimaria/areascurriculares/matematica/division.pdf>

MECyT, Dirección Nacional de Gestión Curricular y Formación Docente (2007). *Matemática 4. Cuadernos para el aula*. Buenos Aires: Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. Disponible en: http://www.me.gov.ar/curriform/nap/matematica4_final.pdf